

ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO 1979

ESERCIZIO TRATTO DAGLI ESAMI DI MATURITA' SCIENTIFICA SPERIMENTALE 1979

Sviluppo curato da: **Mariella Leporini**

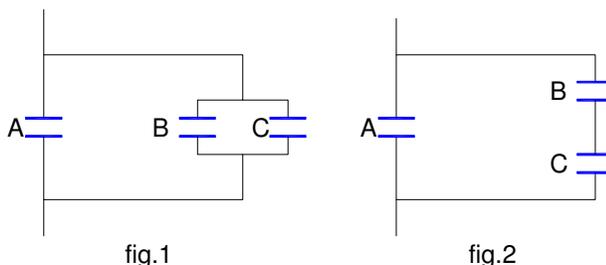
Classe V LST A

Docente: Quintino d'Annibale

a.s. 2004/2005

La prova

Un condensatore A ha la capacità di 200 pF e viene caricato da un alimentatore che lo porta ad assumere una differenza di potenziale di 100 volt fra le armature. Si hanno poi due condensatori B e C uguali fra loro e si collegano con A prima come in fig.1 poi come in fig.2. Sapendo che nel primo caso la differenza di potenziale risultante fra le armature del condensatore A è 20 volt, se ne determini il valore nel secondo.



Dati

$$C_A = 200 \text{ pF} \quad V_0 = 100 \text{ V} \quad V_f = 20 \text{ V} \quad V_{f2} = ?$$

Svolgimento

Una volta collegati i due condensatori, nel primo caso, una certa carica scorre da A a B e C fino a che non si raggiunge una condizione di equilibrio in cui i condensatori presentano la stessa differenza di potenziale, V_{A1} . La combinazione di B e C è detta in parallelo (vedere fig. 1)

DALLA TEORIA:

due o più condensatori sono collegati in parallelo quando la differenza di potenziale, applicata al loro insieme, è la stessa applicata ad ognuno di essi.

La carica iniziale q_0 , quella all'interno di A prima del collegamento con B e C, viene poi condivisa dai tre condensatori, in modo che

$$q_0 = q_A + q_B + q_C,$$

dove gli indici A,B,C indicano i rispettivi condensatori contenenti la carica. Facendo uso della relazione

$$q = C \cdot V$$

per ogni termine della precedente equazione, si deduce che:

$$C_A \cdot V_0 = C_A \cdot V_f + C_B \cdot V_f + C_C \cdot V_f$$

Si nota facilmente che $C_B = C_C$, dato che la capacità di un condensatore dipende solo dalla geometria dei piatti ed i due condensatori sono uguali. L'equazione quindi diventa:

$$\begin{aligned} C_A \cdot V_0 &= C_A \cdot V_f + 2C_B \cdot V_f \Rightarrow C_B = C_C = (C_A \cdot V_0 - C_A \cdot V_f) / 2V_f = \\ &= [200 \cdot 10^{-12} \text{ F} \cdot 100 \text{ V} - 200 \cdot 10^{-12} \cdot 20 \text{ V}] / 2 \cdot 20 \text{ V} = 400 \text{ pF}. \end{aligned}$$

Come è mostrato in fig.2, la combinazione di B e C, nel secondo caso, è in serie.

DALLA TEORIA: due o più condensatori sono collegati in serie quando la differenza di potenziale, applicata alla combinazione di condensatori è la somma delle differenze di potenziale presenti su ciascuno di essi.

Quando in un circuito c'è una combinazione di condensatori, come in questo problema, si può sostituirla con un **CONDENSATORE EQUIVALENTE**, cioè avente la stessa capacità della combinazione di condensatori; tale capacità è detta capacità equivalente (C_{eq}). In una combinazione in serie di n condensatori, la relazione per conoscere la capacità equivalente è:

$$\frac{1}{C_{eq}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}$$

$$1/C_{eq} = 1/C_1 + 1/C_2 + \dots + 1/C_n.$$

Per la combinazione di B e C, la relazione diviene

$$1/C_{BC} = 1/C_B + 1/C_C.$$

Il circuito equivalente alla fig.3 è:

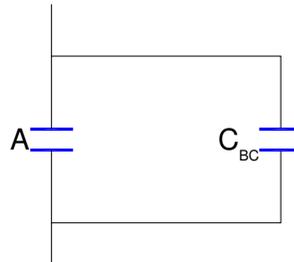


fig.3

Utilizzando la regola sopra scritta, si ha:

$$1/C_{BC} = 1/C_B + 1/C_C = 1/400\text{pF} + 1/400\text{pF} = 1/200 \text{ pF}^{-1}. \text{ Ora si può conoscere } C_{BC}:$$

$$C_{BC} = 200 \text{ pF}.$$

A questo punto si ha nuovamente un collegamento in parallelo, questa volta tra A e BC. Il ragionamento per poter conoscere la differenza di potenziale (V_{f2}) su A è lo stesso utilizzato per risalire alla capacità di B, e quindi di C:

$$q_o = q_A + q_{BC}$$

ovvero

$$\begin{aligned} C_A * V_o &= C_A * V_{f2} + C_{BC} * V_{f2} \Rightarrow V_f = C_A * V_o / (C_A + C_{BC}) = \\ &= 200\text{pF} * 100\text{V} / (200 + 200)\text{pF} = 50\text{V}. \end{aligned}$$