MECCANICA GRAVITAZIONALE

Calcolo della accelerazione di gravità tenuto conto della rotazione terrestre e della latitudine

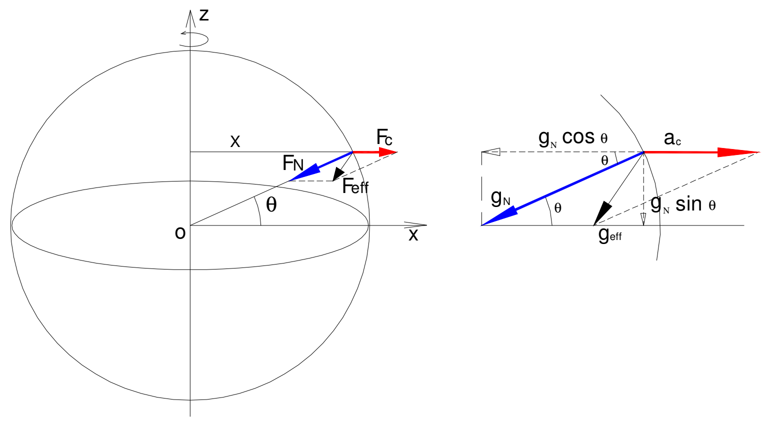

Figura 1

Il caso mette in risalto il valore dell'accelerazione di gravità in funzione della rotazione terrestre intorno al suo asse con velocità angolare ω. Si può constatare come g vari tra il valore minimo all'equatore 9,776 m/s^2 (θ=0) e 9,81 al polo in cui l'accelerazione centripeta è nulla essendo X = 0.

Il calcolo rigoroso porta a valori molto prossimi a quello approssimato, pertanto generalmente si usa la forma approssimata.

$$g_{eff} = g_N - \omega^2 R \cos\theta$$

$$a_c = \omega^2 \cdot x = \omega^2 \cdot R \cdot \cos\vartheta \tag{1}$$

$$\vec{g}_N + \vec{a}_c = \vec{g}_{eff} \tag{2}$$

$$g^2{}_{eff} = (g_N \cos\vartheta - \omega^2 R \cdot \cos\vartheta)^2 + g_N{}^2 sen^2\vartheta \tag{3}$$

$$g_{eff} = \sqrt{(g_N \cos\vartheta - \omega^2 R \cdot \cos\vartheta)^2 + g_N{}^2 sen^2\vartheta} \tag{4}$$

Sviluppando il quadrato e semplificando si ha:

$$g_{eff} = \sqrt{g^2{}_N + (\omega^2 R \cdot \cos\vartheta)^2 - 2 \cdot g_N \omega^2 R \cos^2\vartheta} \cong \sqrt{g_N{}^2 + a_c{}^2 - 2 g_N \cdot a_c \cdot \cos\vartheta} \tag{5}$$

Ed essendo il termine a_c^2 trascurabile esso sarà:

$$g_{eff} \cong \sqrt{g_N{}^2 - 2 g_N \cdot a_c \cdot \cos\vartheta} \tag{6}$$

Nel caso in questione l'angolo θ=20° inserendo i dati nella (1) si determinerà a_c.

$$a_c = \omega^2 R \cdot \cos(20°) = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 R \cdot \cos(20°)$$

$$a_c = -\frac{4\pi}{(24 \cdot 3600)^2} 6{,}4 \cdot 10^6 \cdot \cos(20°) \cong 0{,}0318 m/s^2$$

se utilizziamo la (6) si otterrebbe:

$$g_{eff} \cong \sqrt{9{,}81^2 - 2 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}0318 \cdot \cos(20°)} \cong 9{,}780 m/s^2$$

utilizzando la (5) (calcolo rigoroso) con i valori del problema si otterrebbe:

$$g_{eff} \cong \sqrt{9{,}81^2 + 0{,}0318^2 - 2 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}0318 \cdot \cos(20°)} \cong 9{,}782 m/s^2$$

con una differenza di due millesimi di m/s^2 (1)

Q. d'Annibale

(1) Per completezza riportiamo il valore di g all'equatore in cui θ=0°

$$g_{eff} \cong \sqrt{g_N{}^2 + a_c{}^2 - 2 g_N \cdot a_c} = \sqrt{(g_N - a_c)^2} = g_N - a_c = g_N - \omega^2 \cdot R = 9{,}81 - 0{,}0338 \cong 9{,}776 m/s^2$$